Institut für
Theoretische Physik
Prof. Dr. G. Soff

Theoretische Mechanik SS 04

4. Übung

1. (a) Berechnen Sie (in kartesischen Koordinaten): $\frac{\partial}{\partial \vec{r}} \times \vec{r}$ und $\frac{\partial}{\partial \vec{r}} \cdot \vec{r}$.

   (b) Berechnen Sie (in kartesischen Koordinaten) die Komponenten des Tensors $\frac{\partial}{\partial \vec{r}} \circ \vec{r}$.

   (c) Berechnen Sie

$$\left(\vec{a} \cdot \frac{\partial}{\partial \vec{r}}\right) \vec{r}\,, \quad \frac{\partial}{\partial \vec{r}}(\vec{a} \cdot \vec{r})\,, \quad (\vec{a} - \text{const})\,; \quad \frac{\partial}{\partial \vec{r}} r\,, \quad \frac{\partial}{\partial \vec{r}} \frac{1}{r}\,, \quad \left(\text{mit } r = \sqrt{\vec{r} \cdot \vec{r}}\right)$$

   ohne auf die Komponentendarstellung von $\vec{r}$ und $\frac{\partial}{\partial \vec{r}}$ zurückzugreifen.

2. Unter welcher Bedingung besitzt die Kraft $\vec{F}(\vec{r}) = \vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{r})$ (mit $\vec{a}, \vec{b}$ - const) ein Potential und wie lautet dieses dann (Normierung: $V(\vec{r} = 0) = 0$)?
   Diskutieren Sie die Äquipotentialflächen!

3. Gegeben sei das Kraftfeld $\vec{F}(\vec{r}) = a(3x - y)\,\vec{e}_x + b(2y - x)\,\vec{e}_y$ (a, b-const).

   (a) Welche Arbeit $W_{\mathcal{C}}$ verrichtet die Kraft bei der Verschiebung eines Teilchen entlang des geschlossenen Weges $\mathcal{C}$

$$\mathcal{C}: \quad \vec{r}(q) = 2c\,\cos q\,\vec{e}_x + 3c\,\sin q\,\vec{e}_y\,, \quad (q = 0 \ldots 2\pi)\ ?$$

   (b) Unter welcher Bedingung für a und b besitzt die Kraft ein Potential?
   Berechnen Sie dann das zugehörige Potential $V(\vec{r})$.
   Prüfen Sie Ihr Ergebnis, indem Sie $\vec{F}(\vec{r})$ wieder aus $V(\vec{r})$ gewinnen.