Theoretische Mechanik im SS 04

Testbogen 4

1. Im Inertialsystem wird eine gleichförmige Rotation um den Ursprung beobachtet. Durch welche Kraft wird diese Bewegung vermittelt, geben Sie diese Kraft explizit an. Welche Differentialgleichung erhält man dann für den Geschwindigkeitsvektor?
   Wie sieht die Bewegungsgleichung dieser Bewegung im mitrotierenden System aus, dessen Ursprung mit dem des Inertialsystems zusammenfällt. Welche Kraft oder Kräfte wirken hier auf den Massenpunkt?

2. Wie lauten die Euler-Lagrange Gleichungen und wie sieht die Lagrange-Funktion für ein freies Teilchen aus? Auf welche Bewegungsgleichung wird man dann beim Auswerten der Euler-Lagrange Gleichungen geführt?
   Geben Sie die Gleichung für die totale Zeitableitung einer mechanischen Observablen $\mathcal{O}$ im Poisson-Klammer-Formalismus an.

3. Berechnen Sie $\vec{\nabla}(\vec{a}\cdot\vec{r})$ und $(\vec{a}\cdot\vec{\nabla})\vec{r}$ mit $\vec{a} = \vec{\text{const}}$.

4. Wie schreibt man die folgenden Gleichungen kompakt mit Hilfe von Vektoren:
   $a_i a_j \delta_{ij} + a_k b_k = 0$, $c_i = \epsilon_{ijk} a_j b_k$ und $c_i = \epsilon_{ijk}\partial_j F_k$?
   Berechnen Sie $(\mathrm{rot}\vec{F})_i$ wobei $F_k = -\partial_k V$. Hinweise: $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$ und $\vec{r} = (x_1, x_2, x_3)$, so dass $\partial_i = \frac{\partial}{\partial x_i}$ (SUMMENKONVENTION: INDIZES LAUFEN VON 1 BIS 3, $\delta_{nm} = 1$ FÜR $n = m$ SONST $\delta_{nm} = 0$).

5. Die kinetische Energie für einen Massenpunkt ist $T = \frac{m}{2}\dot{\vec{r}}^2$; zeigen Sie $\frac{d}{dt}T = \vec{F}\cdot\dot{\vec{r}}$.
   Kräfte bei denen $\vec{F}\cdot\dot{\vec{r}} = -\frac{d}{dt}V(\vec{r})$ heissen konservativ; zeigen Sie, dass dann gilt $\vec{F}(\vec{r}) = -\vec{\mathrm{grad}}\,V(\vec{r})$.
   Geben Sie weitere Kriterien für konservative Kraftfelder an. Können konservative Kräfte von $\dot{\vec{r}}$ und/oder t abhängen? Wie lautet allgemein der Energiesatz in konservativen Kraftfeldern? Was sagen in diesem Zusammenhang dann die beiden oben angegebenen totalen Zeitableitungen aus?

6. Wie lautet die nicht- und die relativistische Energie-Impuls-Beziehung? Photonen (Lichtteilchen) sind masselos (haben keine Ruhemasse). Wie lautet in diesem Fall die relativistische Energie-Impuls-Beziehung?
   Wann nennt man eine physikalische Grösse eine "Invariante"?

*) Welche Bedeutung haben die erste und zweite kosmische Fluchtgeschwindigkeit? Leiten Sie Ausdrücke für diese Geschwindigkeiten ab mit der Erde als Zentralgestirn. Schätzen Sie dann die Grösse dieser Geschwindigkeiten ab.