Prof. Dr. R. Ketzmerick/Dr. R. Schumann
Technische Universität Dresden
Institut für Theoretische Physik

Sommersemester 2008

Theoretische Mechanik

14. Übung

Wiederholungsfragen

1. Wie lautet die LORENTZ-Transformation für zwei Inertialsysteme, die sich gleichförmig in x- Richtung gegeneinander bewegen? Welcher Zusammenhang besteht zwischen LORENTZ-Transformation und GALILEI-Transformation?

2. Was versteht man unter der Ruhemasse? Weshalb müssen Teilchen ohne Ruhemasse sich mit Lichtgeschwindigkeit bewegen?

3. Wie sind Vierergeschwindigkeit und Viererimpuls definiert?

14.1 Relativistische Kinematik

Ein ICE (Länge in seinem Ruhesystem $L_0 = 100$ m) führt mit $v = 360$ km/h auf einer geraden Strecke. Entlang der Strecke sind extrem genaue Lichtschranken und synchronisierte Uhren aufgebaut. Zum Zeitpunkt $t = 0$ werden damit die Ortskoordinaten $x_B$und x_H von Bug und Heck des Zuges genau vermessen. Auch an Bug und Heck des Zuges sind synchronisierte Uhren

a) Bestimmen Sie die gemessene Länge $L = x_B - x_H$. Wie groß ist die Zeitdifferenz zwischen den Messungen, vom Zug aus beurteilt?

b) Auf dem Nachbargleis komme ein Zug mit der Geschwindigkeit $v = 360$ km/h entgegen. Wie groß ist die Relativgeschwindigkeit V_R beider Züge, von der Bahnstrecke aus und im Ruhesystem des ersten Zuges gemessen?

c) Wie groß ist V_R für zwei Elektronenstrahlen, die mit $v = 0,6\,c$ aufeinander zu fliegen?

14.2 Vierergeschwindigkeit und Additionstheorem der Geschwindigkeiten

Bestimmen Sie, wie sich die Komponenten der Vierergeschwindigkeit u^μ beim Übergang von einem Inertialsystem Σ zu einem anderen Inertialsystem Σ' transformieren, das sich gegenüber Σ mit der Geschwindigkeit $\vec{v}_r = v_r\,\vec{e}_x$ bewegt.
Weisen Sie damit nach, dass die Komponenten der Geschwindigkeit eines Teilchens in beiden Inertialsystemen über die Beziehungen

$$\begin{aligned} v'_x &= \frac{v_x - v_r}{1 - v_x v_r/c^2} \\ v'_y &= v_y\,\frac{\sqrt{1 - v_r^2/c^2}}{1 - v_x v_r/c^2} \\ v'_z &= v_z\,\frac{\sqrt{1 - v_r^2/c^2}}{1 - v_x v_r/c^2} \end{aligned}$$

verknüpft sind.

14.3 Relativistische kinetische Energie

Zeigen Sie, dass die relativistische kinetische Energie auch in der Form

$$T_{\text{kin}} = \frac{\vec{p}^{\,2}}{m + m_0}$$

dargestellt werden kann. Welcher Zusammenhang folgt hieraus für ein Teilchen, das sich mit $v \ll c$ bewegt?

14.4 Zerfallsprozess 1

Ein ruhendes π^+ -Meson (Ruhemasse $m_0^\pi = 273,13\, m_0^e$) zerfällt in ein Anti -Myon μ^+ (Ruhemasse $m_0^\mu = 206,77\, m_0^e$) und in ein Myon-Neutrino ν_μ (Ruhemasse $m_0^\nu = 0$). (Ruheenegie des Elektrons: $m_0^e\, c^2 = 0,511$ MeV)
Bestimmen Sie kinetische Energie, Impuls und Geschwindigkeit der Zerfallsprodukte.

14.5 * Zerfallsprozess 2

Das neutrale π^0 - Meson zerfällt in zwei Photonen. Bei ruhenden Mesonen ist die Winkelverteilung, d.h. die Wahrscheinlichkeitsdichte, die Photonen unter dem Winkel θ zu beobachten, isotrop.
Es werde ein Strahl von π^0 - Mesonen betrachtet, die sich mit der Geschwindigkeit $\vec{v} =$ konst. bewegen und dabei zerfallen.
Berechnen Sie die Winkelverteilung $p(\cos\theta)$ der emittierten γ- Strahlen im Laborsystem (θ ist der Winkel zwischen der Bewegungsrichtung der Mesonen und der Photonen).
Skizzieren und diskutieren Sie die Lösung für $v \to c$.
Zeigen Sie dazu zunächst unter Nutzung des Additionstheorems der Geschwindigkeitskomponenten (siehe Aufgabe 14.2), dass zwischen dem Winkel θ im Laborsystem und dem Winkel θ' im Ruhesystem der Mesonen die Beziehung

$$\cos\theta' = \frac{\cos\theta - v/c}{1 - (v/c)\,\cos\theta}$$

besteht. Weiterhin gilt (weshalb?) für die Winkelverteilungen im Laborsystem und im Ruhesystem

$$p(\cos\theta)\, d(\cos\theta) = p(\cos\theta')\, d(\cos\theta').$$