Institut für
Theoretische Physik
PD Dr. G. Plunien

Theoretische Mechanik WS 04/05

1. Übung

1. **Beschleunigte Bewegung (Fall mit Reibung)**
   Ein zur Zeit $t = 0$ ruhender Wassertropfen falle aus einer Höhe von $600\,m$ zur Erde. Die Beschleunigung sei durch die Funktion $a(t) = \ddot{z}(t) = -ge^{-\gamma t}$ ($g = 9.81\,m/s^2$, $\gamma = 1s^{-1}$) gegeben. Berechnen Sie

   (a) Die Fallzeit t_F des Tropfens,

   (b) seine ungefähre Aufprallgeschwindigkeit $v_F = v(t_F)$,

   (c) die ungefähre Zeit t_a nach der der Tropfen 98% der Aufprallgeschwindigkeit v_F erreicht hat.

2. **Zur Methode der Variablentrennung**
   Von der Erdoberfläche aus wird eine Kanonenkugel mit der Geschwindigkeit v_0 senkrecht in den Himmel abgefeuert. Die zugehörige Bewegungsgleichung (Typ $a(t) = a(r)$) lautet
   $$\ddot{r}(t) = \frac{\alpha}{r^2(t)}\,.$$
   Der Parameter α bestimmt sich aus den Anfangsbedingungen $r(t = 0) = R$ und $\ddot{r}(t = 0) = -g$, wobei R der Erdradius und g die Schwerebeschleunigung ist.

   (a) Lösen Sie die Bewegungsgleichung und bestimmen Sie $\dot{r}(t) = v(t)$.

   (b) Mit welcher Anfangsgeschwindigkeit v_0 kann die Kugel den Anziehungsbereich der Erde verlassen (Fluchtgeschwindigkeit)?

   (c) Bestimmen Sie das Weg-Zeit-Gesetz $r(t)$ für diese "Fluchttrajektorie".

3. **Harmonischer Oszillator**
   Finden Sie die allgemeine Lösung der homogenen Differentialgleichung
   $$\ddot{x} + \omega^2 x = 0\,.$$
   Es seien $x_1(t)$ und $x_2(t)$ zwei spezielle Lösungen dieser Differentialgleichung, zeigen Sie, daß damit auch jede Linearkombination $x(t) = Ax_1(t) + Bx_2(t)$ (mit beliebigen Konstanten A und B) Lösung der Differentialgleichung ist. Finden Sie die Lösung für die Anfangsbedingungen $x(t = 0) = x_0$, $v(t = 0) = 0$ bzw. $x(t = 0) = 0$, $v(t = 0) = v_0$.
   Konstruieren Sie mit Hilfe der allgemeinen Lösung der homogenen Gleichung die Lösung für den inhomogenen Fall
   $$\ddot{x} + \omega^2 x = ct\,,$$
   mit c einer beliebigen Konstanten.