Institut für
Theoretische Physik
PD Dr. G. Plunien

Theoretische Mechanik WS 04/05

8. Übung

1. Berechnen Sie die Komponenten des konservativen Kraftfeldes $\vec{F}(\vec{r}) = -\vec{\nabla}\phi(\vec{r})$ bezüglich des lokalen Basissystems $\{\vec{e}_r\,,\vec{e}_\vartheta\,,\vec{e}_\varphi\}$ der Kugelkoordinaten ($q^1 = r\,, q^2 = \vartheta\,, q^3 = \varphi$), d.h. finden Sie die Zerlegung

$$\vec{F} = -\sum_{i=1}^{3} F^i \vec{e}_i = -\left(F^r\vec{e}_r + F^\vartheta\vec{e}_\vartheta + F^\varphi\vec{e}_\varphi\right).$$

Hinweis: Finden Sie den Zusammenhang zwischen den nichtnormierten reziproken Basisvektoren $\left\{\vec{b}^i\right\}$ und den normierten Basisvektoren $\{\vec{e}_i\}$.

2. Eine Punktmasse bewegt sich unter dem Einfluss einer konservativen Zentralkraft auf der Bahn: $r(\varphi) = ae^{-\varphi/\alpha}$, $(a, \alpha - \text{const.})$. Skizzieren Sie die Bahnkurve. Wie lautet das Kraftgesetz $\vec{F}(\vec{r})$? Bestimmen Sie $\varphi(t)$ $(\varphi(0) = 0)$ und $r(t)$.
Hinweis: Nutzen Sie die Erhaltungssätze.

3. Ein Teilchen (Masse m) bewegt sich in dem Potential $U(r) = \frac{\beta^2}{m}\ln\left(\frac{r}{a}\right)$, wobei β und a positive Konstanten sind und $r > 0$.

   (a) Zur Zeit $t = 0$ befinde sich das Teilchen bei $\vec{r}(0) = a\vec{E}_x$. Welche Geschwindigkeit $\vec{v}_0$ muss das Teilchen dann haben, damit es sich auf einer *stabilen Kreisbahn* in der x-y-Ebene bewegt?

   (b) Wie gross ist die Frequenz *kleiner* radialer Schwingungen um diese Kreisbahn?