Institut für
Theoretische Physik
PD Dr. G. Plunien

Theoretische Mechanik WS 04/05

11. Übung

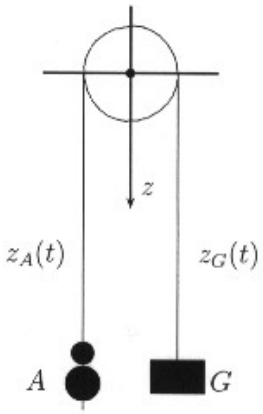
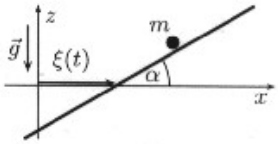
1. *Rotierende Bezugssysteme, Scheinkräfte*

   (a) Zeigen Sie, dass in einem Laborsystem Σ' *auf* der Oberfläche der rotierenden Erde die folgende Bewegungsgleichung gilt: $m\ddot{\vec{r}}' = m\vec{g} + \vec{F}(\vec{r}') - 2m\vec{\omega} \times \dot{\vec{r}}'$, dabei sind $\vec{\omega}$ die konstante Winkelgeschwindigkeit der Erde, $\vec{F}$ alle angreifenden Kräfte *ausser* der Schwerkraft, welche Bedeutung hat dann $\vec{g}$? (Beachten Sie die Grössenordnung der verschiedenen Terme und machen Sie gerechtfertigte Vernachlässigungen.)

   (b) Wählen Sie das Koordinatensystem Σ' so, dass $\vec{e}_3$ senkrecht nach oben, $\vec{e}_2$ nach Norden und $\vec{e}_1$ nach Osten zeigen. Finden Sie Ausdrücke für $\vec{g}$ und die CORIOLISkraft in Abhängigkeit von der geographischen Breite.

   (c) Wählen Sie das System Σ' nun derart, dass $\vec{e}_3$ antiparallel zu $\vec{g}$ ist und betrachten Sie den freien Fall eines zunächst ruhenden Körpers aus der Höhe h. Lösen Sie die zugehörige Bewegungsgleichung unter der Voraussetzung $\dot{x}'_1 \approx 0$ und $\dot{x}'_2 \approx 0$ und Verwendung der CORIOLISkraft aus (b). Berechnen Sie die Fallzeit des Körpers und die durch die Erdrotation bewirkte Ostabweichung.

2. Über eine feste Rolle (Masse vernachlässigbar) laufe ein Seil, an dessen einem Ende ein Affe A und an dessen anderem Ende ein gleichschweres Gewicht G hängt. Zum Zeitpunkt $t = 0$ ruhen Affe und Gewicht. Danach beginnt der Affe mit einer (gegebenen) Geschwindigkeit $v(t)$ relativ zum Seil emporzuklettern.
   Untersuchen Sie die Bewegung von Affe und Gewicht mit Hilfe der LAGRANGE-Gleichungen 1. Art. Formulieren Sie die auftretenden Zwangsbedingungen und lösen Sie die Bewegungsgleichungen für Affe und Gewicht. Berechnen Sie die auftretenden Zwangskräfte.



3. Eine schiefe Ebene bilde mit der Horizontalen (x-Achse) den Winkel α. Die Ebene sei in x-Richtung der gegebenen Bewegung $\xi(t)$ (mit $\xi(0) = 0, \dot{\xi}(0) = 0$) unterworfen. Auf der Ebene kann sich eine Masse m unter dem Einfluss der Schwerkraft bewegen. Behandeln Sie dieses Problem mit den LAGRANGE-Gleichungen 1.Art (Anfangsbedingung: $\vec{r}(0) = 0, \dot{\vec{r}}(0) = 0$).
   Diskutieren Sie den Spezialfall $\ddot{\xi} = b = const$ und $g = 0$.