Institut für
Theoretische Physik
PD Dr. G. Plunien

Theoretische Mechanik WS 04/05

12. Übung

1. Eine Perle gleite reibungsfrei auf einem gleichförmig in der x, y-Ebene rotierenden Draht unter dem Einfluss einer Zentralkraft. Stellen Sie die LAGRANGE-Gleichungen 1. Art auf. Finden Sie geeignete generalisierte Koordinaten und stellen Sie die LAGRANGE-Funktion des Systems auf. Leiten Sie daraus die LAGRANGEschen Bewegungsgleichungen 2. Art ab.

2. Eine Punktmasse m gleite reibungsfrei auf der Innenseite eines senkrechten Kreiskegels mit Öffungswinkel α unter dem Einfluss der konstanten Schwerebeschleunigung $\vec{g} = -g\vec{E}_z$. Die Kegelspitze liege im Ursprung eines Kartesischen Koordinatensystems.

   (a) Wieviele Freiheitsgrade besitzt der Massenpunkt? Welche Art von Zwangsbedingung liegt vor und wie formuliert sie sich bezüglich Kugelkoordinaten?

   (b) Aus welcher LAGRANGE-Funktion folgen die Bewegungsgleichungen?

   (c) Berechnen Sie die Komponenten der Zwangskraft.

   (d) Leiten Sie die HAMILTON-Funktion des Massenpunktes als Funktionen der gewählten, generalisierten Koordinaten und der kanonischen Impulse her.

3. Ein Drahtring mit Radius R rotiere mit einer konstanten Winkelgeschwindigkeit $\vec{\omega} = \omega\vec{E}_z$ um seinen Durchmesser. Eine Perle gleite reibungsfrei auf dem Drahtring unter dem Einfluss der Schwerebeschleunigung $\vec{g} = -g\vec{E}_z$.

   (a) Formulieren und klassifizieren Sie die auftretenden Zwangsbedingungen.

   (b) Finden Sie geeignete generalisierte Koordinaten (Zylinderkoordinaten?) und leiten Sie aus der dazugehörigen LAGRANGE-Funktion die Bewegungsgleichungen ab.

   (c) Finden Sie die möglichen Gleichgewichtslagen der Perle. Integrieren Sie die Bewegungsgleichung für kleine Auslenkungen aus den Gleichgewichtslagen (Stabilitätsbetrachtung).

   (d) Stellen Sie die HAMILTON-Funktion auf und diskutieren Sie in diesem Zusammenhang die Erhaltungssätze.